



Vorkurs Mathematik (WS 2016/17)

Aufgabenblatt 8 (Großübung)

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgende Summe:

$$\sum_{j=3}^6 (2j - 5)^2$$

Aufgabe 2

Schreiben Sie die folgenden Summen in Summennotation.

a) $1 + 3 + 5 + \dots + 199$

b) $1 + \frac{x^3}{4} + \frac{x^6}{7} + \frac{x^9}{10} + \dots + \frac{x^{30}}{31}$

Aufgabe 3

Schreiben Sie den Ausdruck

$$1 + \frac{t}{3} + \frac{t^2}{5} + \frac{t^3}{7} + \dots + \frac{t^{12}}{25}$$

mit dem Summenzeichen.

Aufgabe 4

a) Zeigen Sie, dass $\binom{5}{3} = \frac{5!}{2!3!}$, und dass allgemein

$$\binom{m}{k} = \frac{m!}{(m-k)!k!} \quad (1)$$

b) Überprüfen Sie durch direkte Berechnung, dass

$$\binom{8}{3} = \binom{8}{8-3}$$

und

$$\binom{8+1}{3+1} = \binom{8}{3} + \binom{8}{3+1}$$

c) Verwenden Sie (1), um folgende Aussagen zu beweisen:

$$\binom{m}{k} = \binom{m}{m-k}$$

und

$$\binom{m+1}{k+1} = \binom{m}{k} + \binom{m}{k+1}$$

Aufgabe 5

Setzen Sie in die Kästchen die Zeichen \Leftarrow , \Rightarrow oder \Leftrightarrow je nachdem, ob es sich um eine Implikation (in der gewählten Richtung) oder eine Äquivalenzrelation handelt.

a) $x = 0$ und $y = 0$ $x^2 + y^2 = 0$

b) $(x-1)(x+2)(x-3) = 0$ $x = 3$

c) $x > z^2$ $x > 0$

Aufgabe 6

DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie an.

a) $\binom{10}{2} = \binom{10}{8}$. ()

b) $(a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. ()

c) Es sei $A(n)$ eine Aussage über die natürliche Zahl n . Es gelte $A(1)$. Ferner kann man für jede natürliche Zahl k zeigen: Wenn $A(k)$ gilt, so gilt auch $A(k+1)$. Unter diesen Voraussetzungen gilt die Aussage $A(n)$ für alle natürlichen Zahlen n . ()

d) Die in c) geschilderte Methode heißt „Beweis durch vollständige oder mathematische Induktion“. ()

e) $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 j = 6 \cdot \sum_{j=1}^3 j$. ()

Aufgabe 7

DREI der folgenden Aussagen sind WAHR. Kreuzen Sie an.

a) $x = 8$ und $y = 3 \Rightarrow x - y = 5$ ()

b) $x - y = 5 \Rightarrow x = 8$ oder $y = 3$ ()

c) $x^3 + y^3 = 0 \Rightarrow x = 0$ und $y = 0$ ()

d) $(x-2)(x-4) < 0 \Rightarrow x > 0$ ()

e) $(x-2)(x-4) < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 4$ ()

Aufgabe 8

Eine Befragung von 200 Studierenden der Betriebswirtschaftslehre ergab, dass 100 von ihnen gerne die Mathematik-Vorlesung besuchen. 80 Studierende gaben an, gerne an der Statistik- Vorlesung teilzunehmen. 70 Studierende sagten aus, dass sie weder die Mathematik-Vorlesung noch die Statistik-Vorlesung gerne besuchen. Wie groß ist die Anzahl N der befragten Studierenden, die beide Vorlesungen gerne besuchen?

Aufgabe 9

Durch vollständige Induktion soll gezeigt werden, dass die Ungleichung

$$2n + 1 < n^2 < 2^n$$

für alle natürlichen Zahlen $n > n_0 = 5$ gültig ist.

- a) Zeigen Sie, dass die Ungleichung für das erste Element n_0 gilt. (Induktionsanfang)
- b) Schreiben Sie für diese konkrete Ungleichung die Induktionsvoraussetzung (Induktionshypothese) und die Induktionsbehauptung, die zu zeigen ist, (Induktionsschritt) auf.