



Vorkurs Mathematik (WS 2016/17)

Aufgabenblatt 7

Aufgabe 1

Durch Eintragung der entsprechenden Pfeile in die Kästchen werden aus den folgenden Aussagen Äquivalenzen oder Implikationen. Der Pfeil in beide Richtungen ist zu setzen, sofern es sich um eine Äquivalenz handelt. Der Pfeil in eine (gewählte) Richtung ist zu setzen, sofern es sich um eine Implikation in diese Richtung handelt.

a) $x = \sqrt{9}$ $x = 3$

b) $x^4 > 0$ $x > 0$

c) $x \in \{1; 2; 3\}$ $x \in \{1; 2; 3; 4\}$

d) $2x(x - 5) = 0$ $x = 0$ oder $x = 5$

e) $x^2 + y^2 = 0$ $x = 0$ oder $y = 0$

Aufgabe 2

DREI der folgenden Aussagen sind WAHR.

a) Um die Implikation $A \Rightarrow B$ zu beweisen, kann man auch die Implikation „Nicht $B \Rightarrow$ Nicht A “ beweisen. ()

b) Geht man wie in a) beschrieben vor, so spricht man von einem indirekten Beweis. ()

c) Der Wert einer endlichen Doppelsumme ist abhängig von der Reihenfolge der Summation. ()

d) Wenn a eine Konstante ist, so gilt $\sum_{i=1}^4 a = 4a$. ()

e) Wenn $n(A)$ die Anzahl der Elemente in der Menge A bezeichnet, so gilt stets $n(A \cap B) < n(A)$. ()

Aufgabe 3

DREI der folgenden Aussagen sind WAHR.

- a) Jedes mathematische Theorem kann als Implikation $P \Rightarrow Q$ formuliert werden. Dabei gibt P die Voraussetzungen an, während Q die Schlussfolgerungen enthält. ()
- b) Man unterscheidet zwischen deduktiven und induktiven Schlussfolgerungen. ()
- c) Will man die Implikation $P \Rightarrow Q$ beweisen, so kann man einen indirekten Beweis verwenden, d.h. man beweist, dass Q nicht gilt. ()
- d) Wenn die Aussage P die Aussage Q impliziert, so ist P eine hinreichende Bedingung für Q . ()
- e) Wenn die Aussage Q aus der Aussage P folgt, so ist P eine notwendige Bedingung für Q . ()

Aufgabe 4

Berechnen Sie und vereinfachen Sie Ihr Ergebnis so weit wie möglich.

- a) $\sum_{k=10}^{20} (2k + 3)$
- b) $\sum_{k=0}^5 \binom{5}{k}$
- c) $\sum_{j=0}^1 \sum_{i=10}^{13} \frac{i}{j+1}$
- d) $\sum_{i=0}^3 \frac{i}{(i+1)(i+2)}$
- e) $\sum_{k=-2}^3 (k + 3)^k$

Aufgabe 5

Berechnen Sie $\sum_{i=3}^4 \sum_{j=5}^6 (i - j)$.

Aufgabe 6

Berechnen Sie: $\binom{17}{3}$.

Aufgabe 7

Berechnen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{3(n-3)!}{n!} \binom{n}{3}$$

Aufgabe 8

Schreiben Sie die folgende Summe mit Hilfe des Summenzeichens:

$$2x_1y_1 + 2x_2y_2 + \dots + 2x_{20}y_{20}$$

Aufgabe 9

DREI der folgenden Aussagen sind ALLGEMEIN GÜLTIG. Alle auftretenden Summen seien wohl definiert.

a) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k.$ ()

b) $\sum_{k=1}^6 \frac{a_k}{k} = \frac{1}{k} \sum_{k=1}^6 a_k.$ ()

c) $\sum_{k=m}^n \left(\frac{a_k}{b_k} \right) = \frac{\sum_{i=m}^n a_i}{\sum_{j=m}^n b_j}.$ ()

d) $\sum_{i=1}^{n+1} x_i = x_1 + x_{n+1} + \sum_{i=2}^n x_i.$ ()

e) $\sum_{i=0}^{10} a_{i+1} = \sum_{i=1}^{11} a_i.$ ()